

>

Berechne die Energie des gestreuten Photons als Funktion des Winkels des gestreuten Elektronen, theta, fuer  $h \cdot \nu = m \cdot c^2$ .

> **restart:**

**sys1 := {a\*cos(theta) = mass\*c^2 - d\*cos(Phi), a\*sin(theta) = d\*sin(Phi), a^2 = (mass\*c^2 - d)^2 + 2\*mass\*c^2\*(mass\*c^2 - d)};** Impulserhaltung,  $a = p \cdot c, h \cdot \nu = m_0 \cdot c^2, d = h \cdot \nu'$

**sols1 := eliminate(sys1, Phi);** Eliminiere Phi aus den Gleichungen

**sols1[2];**

$$\text{sys1} := \left\{ a^2 = (mass \cdot c^2 - d)^2 + 2 \cdot mass \cdot c^2 \cdot (mass \cdot c^2 - d), a \cdot \sin(\theta) = d \cdot \sin(\Phi), a \cdot \cos(\theta) = mass \cdot c^2 - d \cdot \cos(\Phi) \right\}$$

$$\{ a^2 \cdot \sin^2(\theta) + a^2 \cdot \cos^2(\theta) - 2 \cdot a \cdot \cos(\theta) \cdot mass \cdot c^2 + mass^2 \cdot c^4 - d^2, a^2 - 3 \cdot mass^2 \cdot c^4 + 4 \cdot mass \cdot c^2 \cdot d - d^2 \}$$

> **sols2 := eliminate(sols1[2], a);** Energieerhaltung, eliminiere  $a = p \cdot c$

**sols3 := solve(sols2[2], d);** Löse die verbliebene Gleichung nach  $d = h \cdot \nu'$  auf

**subs(sols3[2], d);** von den beiden Loesungen ist die zweite Nicht-Trivial, d.h. man erhaelt  $h \cdot \nu'$  als Fkt. von theta.

$$\text{sols2} := \left[ \left\{ a = \frac{2 \cdot (mass \cdot c^2 - d)}{\cos(\theta)} \right\}, \{ mass \cdot c \cdot (mass \cdot c^2 - d) \cdot (3 \cdot mass \cdot \cos^2(\theta) \cdot c^2 - 4 \cdot mass \cdot c^2 + 4 \cdot d - \cos^2(\theta) \cdot d) \} \right]$$

$$\text{sols3} := \{ d = mass \cdot c^2 \}, \left\{ d = \frac{mass \cdot c^2 \cdot (3 \cdot \cos^2(\theta) - 4)}{-4 + \cos^2(\theta)} \right\}$$

$$\frac{mass \cdot c^2 \cdot (3 \cdot \cos^2(\theta) - 4)}{-4 + \cos^2(\theta)}$$

>

**restart:** Berechne die Energie des gestreuten Photons als Funktion des Winkels des gestreuten Photons, Phi, fuer  $h \cdot \nu = m \cdot c^2$ .

**sys1 := {a\*cos(theta) = mass\*c^2 - d\*cos(Phi), a\*sin(theta) = d\*sin(Phi), a^2 = (mass\*c^2 - d)^2 + 2\*mass\*c^2\*(mass\*c^2 - d)};** Impulserhaltung,  $a = p \cdot c, h \cdot \nu = m_0 \cdot c^2, d = h \cdot \nu'$

**sols1 := eliminate(sys1, theta);** Eliminiere theta aus den Gleichungen

**sols1[2];**

$$\text{sys1} := \left\{ a^2 = (mass \cdot c^2 - d)^2 + 2 \cdot mass \cdot c^2 \cdot (mass \cdot c^2 - d), a \cdot \cos(\theta) = mass \cdot c^2 - d \cdot \cos(\Phi), a \cdot \sin(\theta) = d \cdot \sin(\Phi) \right\}$$

$$\text{sols1} := \left[ \left\{ \theta = \arctan \left( \frac{d \cdot \sin(\Phi)}{a}, \frac{mass \cdot c^2 - d \cdot \cos(\Phi)}{a} \right) \right\}, \right]$$

$$\{ mass^2 \cdot c^4 - 2 \cdot mass \cdot c^2 \cdot d \cdot \cos(\Phi) - a^2 + d^2, -a^2 + 3 \cdot mass^2 \cdot c^4 - 4 \cdot mass \cdot c^2 \cdot d + d^2 \}$$

$$\{mass^2 c^4 - 2 mass c^2 d \cos(\Phi) - a^2 + d^2, -a^2 + 3 mass^2 c^4 - 4 mass c^2 d + d^2\}$$

- > **sols2:=eliminate(sols1[2],a);** Energieerhaltung, eliminiere a=p\*c  
**sols3:=solve(sols2[2],d);** Löse die verbliebene Gleichung nach d=h\*nue' auf  
**sols4:=subs(sols3[1],d);** Loese nach d=h\*nue' als Fkt. von theta.

$$sols2 := [\{a = \text{RootOf}(\_Z^2 - 3 mass^2 c^4 + 4 mass c^2 d - d^2)\}, \{c mass (mass c^2 + d \cos(\Phi) - 2 d)\}]$$

$$sols3 := \left\{ d = - \frac{mass c^2}{\cos(\Phi) - 2} \right\}$$

$$sols4 := - \frac{mass c^2}{\cos(\Phi) - 2}$$

- > **sols5:=solve(mass\*c^2\*(3\*cos(theta)^2-4)/(-4+cos(theta)^2)=sols4,Phi);**  
 Vergleiche die erste mit der zweiten Loesung und nutze dies um Phi=Phi(theta) zu berechnen.

$$sols5 := \arccos\left(\frac{5 \cos(\theta)^2 - 4}{3 \cos(\theta)^2 - 4}\right)$$

- > **plot(sols5,theta=-Pi..Pi);** Plotte Phi(theta). Merke: fuer theta = Pi/2 (d=m\*c^2) erhaelt man nur eine triviale Loesung...

